バネマスダンパ系とファンデルポール振動子連成システムの質量センシングへの応用

樋口 永祐 [1]

[1] 筑波大学 知能機能システム学位プログラム　〒 305–8573 茨城県つくば市天王台 1–1–1

あらまし　本発表では従来の AM 法を利用した質量センサーの、機械加工精度やリアルタイム計算の時間遅れなどの課題を克服した、データ駆動型バーチャル連成システムを取り上げる。理論検討のみならず、直近のマクロ・マイクロスケール両方での実験的検討と、高粘性環境下での測定を目指した展開を紹介する。
キーワード データ駆動型バーチャル連成システム，オフライン制御，質量センシング

Application of coupled system of mass-spring-damper and van der Pol oscillator to mass sensing

Eisuke Higuchi[1]

[1] Doctoral Programs in Intelligent and Mechanical Interaction Systems,
University of Tsukuba
tennodai 1–1–1 Tsukuba-shi, Ibaraki, 305–8573 Japan

Abstract In this presentation, we focus on a data-driven approach to mass sensing using the AM method. Both its theoretical framework and recent experimental results are presented.
Key words data-driven modality, offline calculation, mass sensing

1. 背景

マイクロカンチレバーを利用したセンサーは、ウイルス [1] や PM2.5 などの微小粒子 [2] の質量計測、原子間力顕微鏡 (AFM) [3] をはじめとして幅広く利用されている。計測原理としては、主に FM 法と AM 法が知られている。前者は、計測対象物が付加されることにより生じる固有周波数の変化を利用している。理論感度が 1/2 であることから、対象の質量が小さくなるにつれレゾネーター (例えばカンチレバー) の寸法を小さくする必要がある。一方、AM 法は同一パラメーターを持ち、かつ弱く結合された 2 つのレゾネーターにおいて、微小質量が付加されることによって生じる振幅比の変化を利用する。AM 法の感度は連成力を表すパラメータ κ に反比例することから、きわめて弱く結合させることで、FM 法と比較し 1000 倍以上の感度を実現できる。しかし、マイクロスケールにおいて、i) 同一パラメータを持つレゾネーター、ii) それらを弱く結合すること、が機械加工精度の観点から困難であるという課題がある。

上記 2 つの課題を同時に解決する手法として、バーチャル連成システムが提案されている [4]。この手法では、2 つのレゾネーターのうち 1 つを計算機上のレゾネーター (バーチャルカンチレバー) に置き換え、他方の実物のレゾネーターに連成力に相当する加振力を与えることで、連成状態を再現する。このとき、バーチャルレゾネーターのパラメータと連成パラメータ κ は任意の値を設定できるため、AM 法の機械加工精度上の課題 i),ii) を解決できる。[4] で

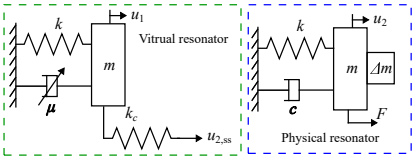

図 1: データ駆動型システムのモデル図

は、連成力をフィードバック制御によって与え、バーチャルレゾネーターのリアルタイム計算を行っているが、固有周波数の大きい MEMS レゾネーターでは、計算による時間遅れが致命的になりうる。これに対し近年、リアルタイム計算を必要としないデータ駆動型バーチャル連成システム [5] が提案された。

2. データ駆動型バーチャル連成システムの概要

データ駆動型バーチャル連成システムでは、図 1 に示されるような 2 自由度システムを考え、その無次元運動方程式は次のように表される。

$$\begin{cases} u_1'' + \mu\left(-1 + u_1^2\right)u_1' + u_1 = \kappa(u_2 - u_1), \\ (1+\delta)u_2'' + \gamma u_2' + u_2 = f(\tau) \end{cases} \tag{1}$$

ここで、$\kappa, \gamma, \mu, \delta, f(\tau)$ はそれぞれ連成パラメータ、減衰比、非線形減衰比、質量比、無次元加振力を表す。u_1 はバーチャルレゾネーターの変位、u_2 は実レゾネーターの変位を表す。データ駆動型バーチャル連成システムでは、無次元加振力 $f(\tau)$ を下記の条件を満たすように求める。

$$\begin{cases} 0 = f - \kappa\left(u_1 - u_2\right), \\ 0 = \dot{u}_1, \\ 0 = u_1(2\pi/\omega) - u_1(0). \end{cases} \tag{2}$$

ここで、式 (2) の第 1 式は連成条件を表し、第 2 式はバーチャルレゾネーターの初期速度の条件、第 3 式は定常状態では単一の角周波数 ω の周期解となる条件を表す。ここで、未知数は ω, 初期条件 $u_1(0)$, 加振力 f の $\cos\omega\tau, \sin\omega\tau$ の係数の計 4 つとなる。 式 (2) の各式の二乗和の平方根で定義される残差が一定の閾値を下回るまで、実レゾネーターの加振実験とニュートン法による反復的試行を繰り返す。

3. おわりに

本稿では、高感度である AM 法を用いた質量センシングにおいて、機械加工精度の課題を解決しながら、MEMS レゾネーターへの適用も可能であるデータ駆動型バーチャル連成システムの概要を示した。発表では、データ駆動型バーチャル連成システムのマクロ [6]・マイクロ [7] スケールでの実験的検証結果や、細胞など生体試料計測時に必要とされる、液中などの高粘性環境下での分解能向上を目指した取り組み内容を紹介する。

参考文献

[1] A Gupta, D Akin, and Rashid Bashir. Single virus particle mass detection using microresonators with nanoscale thickness. *Applied Physics Letters*, Vol. 84, No. 11, pp. 1976–1978, 2004.

[2] Malar Chellasivalingam, Hassan Imran, Milind Pandit, Adam M Boies, and Ashwin A Seshia. Weakly coupled piezoelectric mems resonators for aerosol sensing. *Sensors*, Vol. 20, No. 11, p. 3162, 2020.

[3] David R Baselt, Gil U Lee, Karolyn M Hansen, Linda A Chrisey, and Richard L Colton. A high-sensitivity micromachined biosensor. *Proceedings of the IEEE*, Vol. 85, No. 4, pp. 672–680, 1997.

[4] Y. Kasai, H. Yabuno, T. Ishine, Y. Yamamoto, and S. Matsumoto. Mass sensing using a virtual cantilever virtually coupled with a real cantilever. *Applied Physics Letters*, Vol. 115, No. 6, 2019.

[5] Yu Mao and Harry Dankowicz. On a principle for mass sensing using self-excited template dynamics of coupled oscillators and root-finding algorithms. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 571, p. 118027, 2024.

[6] Takumi Furihata, Hiroshi Yabuno, and Harry Dankowicz. Highly sensitive mass sensing using data-driven iterative learning of resonator dynamics. *Nonlinear Dynamics*, Vol. 114, No. 11, p. 769, 2026.

[7] Kippei Murakami, Eisuke Higuchi, Hiroshi Yabuno, and Harry Dankowicz. Experimental verification of a data-driven approach for mass measurement in mems. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 648, p. 120182, 2027.