

防災志向の数理，これまで，これから

市田 優¹

¹ 関西学院大学 理学部数理科学科 〒 669-1330 兵庫県三田市学園上ヶ原 1 番

あらまし より豊かな人間生活の実現のためには，突然訪れる「災い」に対して，どのように備えるか考えなくてはならない．ここで，「災い」とは，災害をも含む広い意味での災いである．本講演では，骨の欠損，現代機器に内蔵される微小電気機械システムのデバイス性能の不安定挙動，をターゲットとして，防災志向の数理のこれまでとこれからについて講演したい．前者の現象については，相澤守氏（明治大学）とその学生さんたち，矢崎成俊氏（明治大学），坂元孝志氏（明治大学）との共同研究に基づき，[1] について講演する．後者については，山根大輔氏（立命館大学）との共同研究に基づき，[2] に基づく．

キーワード 防災数学，マイクロマシン（MEMS），タッチダウン現象，プルイン現象，ペースト状人工骨，Non-fragmentation（非断片）性

Mathematics for disaster prevention: past and future

Yu ICHIDA¹

¹ Department of Mathematical Sciences, School of Science,
Kwansei Gakuin University,
Gakuen Uega-hara 1, Sanda, Hyogo 669-1330, Japan

Abstract In order to realize a richer human life, we need to think about how to prepare for “disasters” that come suddenly. The “disaster” referred to in this talk is a disaster in the broad sense of the word, including catastrophes. In this talk, I will discuss mathematical models related to disaster prevention, both past and future. More specifically, I will focus on bone diseases and the unstable performance of micro-electro mechanical systems (MEMS) embedded in modern devices. For the former phenomenon, based on joint research with Mamoru Aizawa (Meiji University) and his students, Shigetoshi Yazaki (Meiji University) and Takashi Sakamoto (Meiji University), I will talk about [1]. The latter is based on [2], based on joint research with Daisuke Yamane (Ritsumeikan University).

Key words Mathematics for disaster prevention, MEMS, Touchdown, Pull-in, Paste-like artificial bone, Non-fragmentation property

1. 防災志向の数理について

自然現象，社会現象における「なぜ」という疑問に論理的に説明できることを目指し，その表現方法として数学は古くから発展してきた．数学から興味のある現象を知りたいと思ったとき，数理モデルを用いることは有力なアプローチの1つである．すなわち，数理モデルを構築し，それを数学解析し，数値シミュレーションし，モデルの妥当性を検証し，必要に応じてモデルを修正する．この作業を繰り返すことにな

る。これにより、現象の背後にあるメカニズムを理解したり、想定していない未来を予測することが期待される一方で現象を真に理解したいと思ったときには数学だけの視点で理解することは難しいだろう。そこで、複雑な要因が絡み合う中で本質を捉えるためには分野横断による現象の理解が重要であるものの、言葉や定義、文化の違いからまだまだ進んでいないことも現状で。そこで講演者は「広い意味での災い」を防ぐという意味で「防災数学」を掲げ、防災をキーワードに分野横断の推進、数学の社会還元を1つのテーマにして研究している。

2. ペースト状人工骨の数理

ペースト状人工骨の材料特性（ここでは non-fragmentation 性能と呼ばれる非破砕性に焦点をあてる）とペーストの硬化挙動に関する1つの示唆を数学の視点から報告する。これは先行研究 [3] で得られた結果を動機として、現象を数式で表現した数理モデル（ここでは反応拡散方程式と呼ばれる微分方程式の一種）と呼ばれるものを [3] とは異なる視点での追加実験結果と整合するように構築して数値シミュレーションを行ったことで得られる。本講演では、研究の背景、数理モデル、数値シミュレーション結果、数理との融合から導かれる材料特性の形態と機能に関する新たな示唆を報告するとともに、予測と制御という観点から新たな材料開発への期待についても述べてみたい。

3. マイクロマシン挙動の数理

現代の高度デジタル社会の根幹には小型で高性能なデバイス（マイクロマシン）は必要不可欠であり、マイクロマシンにおける電気的かつ機械的要素が組み込まれた MEMS（メムス、Micro-Electro Mechanical Systems、微小電気機械システム）は既に身の回りの多くの現代機器に内蔵されている。MEMS 開発において材料特性の変化による影響を調べることは重要な問題であるものの、その実装には時間とコストを要するため、数学による仮説や論理を与えることに大きな意義がある。

本講演では、MEMS の微細構造を最もシンプルに表現している平行平板静電アクチュエータ（バネマスモデル）に着目する。平行平板静電アクチュエータは現在でも MEMS で用いられており、ばね特性を考慮しない場合の特徴的な挙動として、プルイン、タッチダウン、1/3 ルールが MEMS 分野では有名である。プルイン電圧とは静電引力がばね復元力より大きくなる境界の電圧のことである。1/3 ルールとは、プルイン時の変位が初期ギャップの 1/3 となることを指す。静電引力がばね復元力より大きくなってしまうと、2枚の平板は瞬時に接触してしまい、これをタッチダウン現象と呼ぶ。

MEMS 開発において、平行平板の形状を変化させたり、材料特性を変えることで実験的に 1/3 ルールの改良、タッチダウン時のスピードを理解しようとする研究がなされており、数学の立場として理論的に3つの特徴の数理構造（有限時間特異性や退化性に関連）を理解することは実装のコストや効率化、性能向上、その先の技術革新をもたらすことが期待できる。そこで、本講演では、ばね特性を考慮することにより、これら3つの特徴的な挙動にまつわる数理構造の変化について問う。

謝辞 本研究は科研費（課題番号: 25K17306）の助成を受けたものである。

参考文献

- [1] Y. Ichida, R. Yamada, S. Kato, Y. Kamaya, M. Kosuge, M. Aizawa, T.O. Sakamoto, S. Yazaki, A simple mathematical model for evaluation of non-fragmentation property of injectable calcium-phosphate cement, *Sci Rep* **15** (2025), 21571. (doi: 10.1038/s41598-025-06039-0)
- [2] Y. Ichida, D. Yamane, in preparation.
- [3] K. Nagata, K. Fujioka, T. Konishi, M. Honda, M. Nagaya, H. Nagashima, M. Aizawa., Evaluation of resistance to fragmentation of injectable calcium-phosphate cement paste using X-ray microcomputed tomography, *J. Ceram. Soc. Jpn.*, 125, 1–6 (2017).